Esercizio 1

Quando il momento di dipolo è parallelo e antiparallelo al campo, il momento torcente è nullo, in quanto:

$$\vec{\tau} = \vec{p} \times \vec{E}$$

Nel caso in cui il momento di dipolo sia ortogonale al campo, il momento torcente è massimo e vale in modulo:

$$|\vec{\tau}| = |\vec{p} \times \vec{E}| = 2edE_0 = 8.5 \cdot 10^{-34}\ Nm$$

Esercizio 2

Calcolo della capacità del condensatore cilindrico (campo elettrico calcolato tramite le legge di Gauss):

$$E_{r_1<r<r_2}: \qquad 2\pi r L E = \frac{Q}{\epsilon_0} \quad \rightarrow \quad \vec{E} = \frac{Q}{2\pi\epsilon_0 L}\frac{1}{r}\hat{u}_r$$

$$\Delta V = -\int_{r_2}^{r_1} \vec{E} \cdot d\vec{r} = \int_{r_1}^{r_2} \frac{Qdr}{2\pi\epsilon_0 L r} = \frac{Q\ln(r_2/r_1)}{2\pi\epsilon_0 L} \quad \rightarrow \quad C = \frac{Q}{\Delta V} = \frac{2\pi\epsilon_0 L}{\ln(r_2/r_1)} \quad \rightarrow \quad L = \frac{C\ln(r_2/r_1)}{2\pi\epsilon_0} \simeq 2\ cm$$

Il campo è massimo sulla superficie interna (raggio di curvatura minore!) e vale sulla superficie:

$$E = \frac{Q}{2\pi\epsilon_0 r_1 L} = \frac{C\Delta V}{2\pi\epsilon_0 r_1 L} \simeq 72\ kV/m$$

Quando viene riempito di mica ($k = 3$), la capacità finale sarà $C_f = kC$, dal momento che la capacità è proporzionale all'altezza L del condensatore, avremo $L_1 = L/k = 0.66\ cm$.

Esercizio 3

Nota la densità di corrente e la sezione del conduttore, nel conduttore scorre una corrente:

$$i = \int_\Sigma \vec{j} \cdot \hat{u}_n d\Sigma = \int_0^r k r'^2 2\pi r' dr' = 2k\pi \int_0^r r'^3 dr' = \frac{k\pi r^4}{2} \quad A$$

La potenza dissipata istantaneamente sarà:

$$P = Ri^2 = \frac{L}{\sigma\pi r^2}\left(\frac{k\pi r^4}{2}\right)^2 = \frac{\pi L k^2 r^6}{4\sigma}; \qquad E = \int_0^t P dt' = Pt \simeq 112\ \mu J$$

Esercizio 4

Dai dati del problema è possibile dedurre l'andamento nel tempo del modulo del campo magnetico è $B(t) = 1 - e^{-t/\tau}$. Dalla legge di Faraday, calcoliamo la corrente che fluisce nel circuito e da essa la potenza dissipata:

$$i(t) = \frac{f.e.m.}{R} = \frac{1}{R}\frac{d}{dt}(SB(t)) = \frac{S}{R\tau}e^{-t/\tau} \quad \rightarrow \quad P(t) = Ri^2(t) = \frac{S^2}{R\tau^2}e^{-2t/\tau}$$

La quantità di calore complessiva nell'intervallo di tempo sarà:

$$Q = \int_0^{t_1} P(t)dt = \int_0^{t_1} \frac{S^2}{R\tau^2}e^{-2t/\tau}dt = \frac{S^2}{R\tau^2}\left(-\frac{\tau}{2}e^{-2t/\tau}\right|_0^2 = 3.93 \cdot 10^{-6}\ J$$

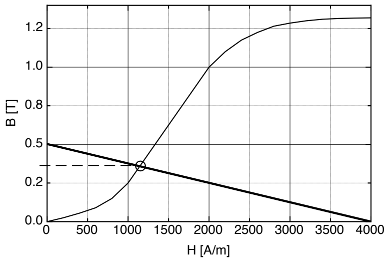
Esercizio 5

Dalla curva di prima magnetizzazione si osserva che $B = 1\ T \Longrightarrow H \simeq 2000\ A/m$. La legge di Ampere per il campo H impone:

$$Ni = \frac{B}{\mu_0}h + H(d-h) \simeq \frac{B}{\mu_0}h + Hd \quad \rightarrow \quad N = \frac{B}{\mu_0 i}h + \frac{H}{i}d \simeq 200$$

Procediamo ora a scrivere l'espressione della retta di carico e risolvere per via grafica:

$$Ni_1 = \frac{B}{\mu_0}h + H(d-h) \simeq \frac{B}{\mu_0}h + Hd \quad \rightarrow \quad B(H) = \frac{\mu_0 N}{h}i_1 - \frac{\mu_0 d}{h}H \qquad \text{Per via grafica: } B \sim 0.35\ T$$



Esercizio 6

$$\frac{1}{f_{eq}} = \frac{1}{f_c} + \frac{1}{f_d} \quad \rightarrow \quad f_d = \frac{f_c f_{eq}}{f_c - f_{eq}} = \frac{f_c L}{f_c - L} = -30\ cm$$