Tutorato di Fisica 2 - AA 2014/15

Emanuele Fabbiani & Lauro Di Matteo

9 dicembre 2014

1 Esercizi

1.1 Esercizio 1

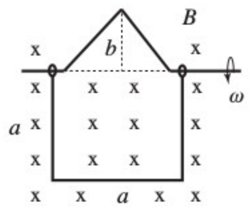
Una spira circolare di raggio $r = 20\ cm$, e resistenza totale pari a $R = 2\pi \cdot 10^{-6}\ \Omega$, parallela al piano xy, è immersa in un campo B perpendicolare al piano della spira. Se il campo B varia nel tempo secondo l'equazione $B(t) = B_0 [1 + \cos(0.5t)]\, \hat{z}$, con $B_0 = 0.2\ mT$, quanto vale, e come scorre, la corrente indotta sulla spira al tempo $t = \pi\ s$?

1.2 Esercizio 2

Al tempo $t = 0$, una spira circolare di raggio $R_0 = 20\ cm$ è immersa in un campo $B = 3\ mT$ uniforme perpendicolare al piano della spira. Se il raggio della spira varia nel tempo secondo l'equazione $R(t) = R_0(1 + 0.5t)$, qual è il valore assoluto della tensione indotta sulla spira al tempo $t = 2s$?

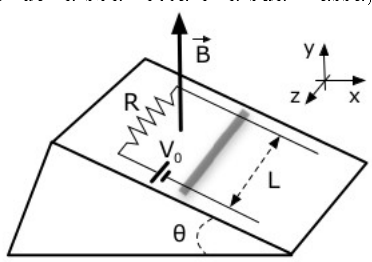
1.3 Esercizio 3

Una spira è costituita da una parte di area quadrata fissa di lato $a = 2\ cm$ ed una parte triangolare rotante di altezza $b = 1\ cm$ e base a come in figura. La parte mobile ruota con velocità angolare $\omega = 50 rad/s$ immersa in un campo magnetico uniforme $B = 30\ mT$ mentre la resistenza complessivamente esibita dal circuito è $R = 10\ \Omega$. Determinare la $f.e.m.$ e la corrente I indotta nella spira durante la rotazione.



1.4 Esercizio 4

Su un piano inclinato di un angolo $\theta = 30°$ è fissato un circuito di lato $L = 50\ cm$ che contiene una batteria che eroga un tensione $V_0 = 12\ V$ e una resistenza $R = 20\ \Omega$. Tale circuito è chiuso da una sbarretta conduttiva libera di strisciare lungo il piano, come mostrato in figura. Il circuito è immerso in un campo magnetico uniforme $B = 440\hat{y}\ mT$, diretto lungo la verticale. Sapendo che la sbarretta scende a velocità costante e nel circuito scorre una corrente $i = 0.62\ A$, determinare la forza elettromotrice V_f indotta nel circuito, la velocità con cui scende la sbarretta e la sua massa, nell'ipotesi che l'attrito connesso allo scivolamento sia trascurabile.



2 Soluzioni

2.1 Esercizio 1

Legge di Faraday sul flusso del campo B che attraversa la spira:

$$V = -\frac{d\Phi_B}{dt} = -\frac{d}{dt}\left[\int_S \overrightarrow{B} \cdot \hat{n}_e dS\right] = -\frac{d}{dt}\left[B \cdot S\right] = -\frac{d}{dt}\left[B\left(t\right) \cdot \pi r^2\right] \tag{2.1}$$

$$V = -\frac{d}{dt}\left[B_0\left(1+\cos\left(\frac{t}{2}\right)\right) \cdot \pi r^2\right] = -B_0 \pi r^2 \left(-\frac{1}{2}\sin\left(\frac{t}{2}\right)\right) = \frac{B_0 \pi r^2}{2}\sin\frac{t}{2} \tag{2.2}$$

Ora si applica la legge di Ohm alla spira:

$$I = \frac{V}{R} = \frac{B_0 \pi r^2}{2R}\sin\frac{t}{2} = \frac{2 \cdot 10^{-4}\pi \cdot 4 \cdot 10^{-2}}{2 \cdot 2\pi 10^{-6}} \cdot 1 = 2\ A \tag{2.3}$$

Al tempo $t = \pi\ s$, il campo B decresce. Quindi è in diminuzione anche il suo flusso attraverso la spira. La corrente indotta nel circuito deve pertanto generare un campo magnetico che supporta quello inducente. Ne deduciamo che fluisce in verso antiorario.

2.2 Esercizio 2

Occorre innanzitutto calcolare il flusso del campo B attraverso la spira in funzione del tempo:

$$\Phi_B\left(t\right) = \int_S \overrightarrow{B} \cdot \hat{n}_e dS = \pi R^2\left(t\right) B \tag{2.4}$$

Ora si applica la legge di Faraday:

$$V\left(t\right) = \left|-\frac{d\Phi}{dt}\right| = \frac{d}{dt}\left[\pi R_0^2 \left(1+\frac{t}{2}\right)^2 B\right] = \pi R_0^2 B \left(1+\frac{t}{2}\right) \tag{2.5}$$

$$V\left(2\right) = \pi \cdot \left(2 \cdot 10^{-1}\right)^2 \cdot 3 \cdot 10^{-3} \cdot 2 = 24\pi \cdot 10^{-5} V \tag{2.6}$$

2.3 Esercizio 3

La superficie esposta al campo B varia in funzione del tempo. Il flusso attraverso il circuito è quindi variabile: la condizione necessaria per applicare la legge di Faraday è verificata. Si procede quindi al calcolo del flusso del campo magnetico in funzione del tempo:

$$\Phi_B\left(t\right) = \int_S B \cdot \hat{n}_e dS = B\left(S_{quandrato} + S_{triangolo}\cos\omega t\right) \tag{2.7}$$

Faraday:

$$V = -\frac{d\Phi_B}{dt} = -\frac{d}{dt}\left[B\left(S_{quandrato} + S_{triangolo}\cos\omega t\right)\right] = -\frac{ab}{2}\left(-\omega\sin\omega t\right) = \frac{ab}{2}\left(\omega\sin\omega t\right) = 0.15\sin 50t\ mV \tag{2.8}$$

Legge di Ohm:

$$I = \frac{V}{R} = 15\sin 50t\ \mu A \tag{2.9}$$

2.4 Esercizio 4

Scendendo lungo il piano inclinato, la sbarra causa un aumento della superficie del circuito attraversata dal campo magnetico B. Si può quindi applicare la legge di Faraday. Il campo magnetico generato dalla corrente indotta deve opporsi ad un aumento del flusso: il suo verso è quindi opposto a quello del campo inducente. La corrente indotta scorre pertanto in senso orario, concorde con quella prodotta dalla batteria. Per ricavare la tensione indotta, si applica la legge di Ohm, considerando che la tensione totale sul circuito è la somma di quella imposta dalla batteria e di quella indotta.

$$V_0 + V_f = Ri \longrightarrow V_f = Ri - V_0 = 0.4\ V \tag{2.10}$$

E' il momento di applicare la legge di Faraday per ricavare la velocità di caduta della barra.

$$V_f = \left| \frac{d\Phi_B}{dt} \right| = \frac{d}{dt} \left[B \cos\theta L s \right] = B \cos\theta L \frac{ds}{dt} = B \cos\theta L v \tag{2.11}$$

$$v = \frac{V_f}{B \cos\theta L} = 2.1 \ m/s \tag{2.12}$$

Primo principio della dinamica: se il corpo si muove con velocità costante, allora la risultante di tutte le forze ad esso applicate è nulla. Sulla sbarra agiscono la forza magnetica e il peso, con direzioni opposte

$$iLB\cos\theta - mg\sin\theta = 0 \longrightarrow m = \frac{iLB\cos\theta}{g\sin\theta} = 24 \cdot 10^{-6} \ Kg \tag{2.13}$$