

# Tutorato di Fisica 2 - AA 2014/15

Emanuele Fabbiani

6th November 2014

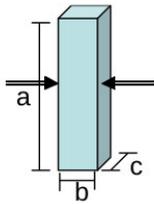
## 1 Esercizi

### 1.1 Esercizio 1

Se attraverso un filo, di sezione  $S = 5 \text{ cm}^2$  e lunghezza  $3 \text{ m}$ , percorso da corrente passano  $10^{15}$  elettroni ogni secondo, quanto vale la corrente elettrica che attraversa il filo?

### 1.2 Esercizio 2

Si consideri il conduttore rappresentato in figura, la cui resistività è  $\rho = 0.3 \Omega\text{m}$ . Siano  $a = 20 \text{ cm}$ ,  $b = 5 \text{ cm}$ ,  $c = 3 \text{ mm}$ . Si calcoli la resistenza misurata tra i due punti indicati dalle frecce.



### 1.3 Esercizio 3

Una bacchetta di rame cilindrica e omogenea di lunghezza  $d = 8 \text{ cm}$  è percorsa da una corrente stazionaria di intensità  $i = 5 \text{ A}$ . La resistività del rame è  $\rho = 1.7 \cdot 10^{-8} \Omega\text{m}$  e la densità di portatori di carica è  $n = 8.5 \cdot 10^{19} \text{ mm}^{-3}$ . Se la velocità di deriva è  $v_d = 0.04 \text{ cm/s}$ , determinare il campo elettrico nel rame, la resistenza della bacchetta e l'energia dissipata in  $t = 5 \text{ min}$  di funzionamento.

### 1.4 Esercizio 4

In un filo cilindrico rettilineo (asse del filo parallelo a  $z$ ) di lunghezza  $L = 10 \text{ m}$  e raggio  $a = 0.5 \text{ mm}$  è presente una densità di corrente  $j = kr^2(\hat{z})$ , dove  $r$  è la coordinata radiale del filo e  $k = 0.4 \cdot 10^9 \text{ A/m}^4$ . Calcolare quanto calore dissipa il filo in 3 minuti se la conducibilità del materiale di cui è composto è  $\sigma = 60 \cdot 10^6 (\text{m}\Omega)^{-1}$ .

### 1.5 Esercizio 5

Un filo conduttore di sezione costante è costituito da una materiale la cui resistività varia con la lunghezza secondo la legge  $\rho(x) = \rho_0 + \alpha x^2$  con  $\rho_0 = 6 \cdot 10^{-7} \Omega\text{m}$ . La lunghezza del filo è  $L = 10 \text{ m}$  e quando ai suoi capi è posta una d.d.p.  $\Delta V = 1.2 \text{ V}$  in esso scorre una corrente con densità  $j = 10^5 \text{ A/m}^2$ . Determinare le dimensioni fisiche e il valore della costante  $\alpha$ .

## 2 Risultati

### 2.1 Esercizio 1

$$i = 0.16 \text{ mA.}$$

### 2.2 Esercizio 2

$$R = 25 \Omega.$$

### 2.3 Esercizio 3

$$E = 92.5 \text{ mV/m.}$$

$$R = 1.48 \text{ m}\Omega.$$

$$E = 11.25 \text{ J.}$$

### 2.4 Esercizio 4

$$E = 58.9 \text{ nJ.}$$

### 2.5 Esercizio 5

$$\alpha = 18 \cdot 10^{-9} \Omega/\text{m.}$$

### 3 Soluzioni

#### 3.1 Esercizio 1

Si utilizza la definizione di corrente elettrica:

$$i = \frac{dQ}{dt} = \frac{ne}{\Delta t} = \frac{10^{15} \cdot 1.6 \cdot 10^{-19}}{1} = 0.16 \text{ mA} \quad (3.1)$$

#### 3.2 Esercizio 2

La resistenza, per definizione, è:

$$R = \int_0^L \rho(x) \frac{dx}{A} = \int_0^b \rho \frac{1}{c \cdot a} dx = \rho \frac{b}{c \cdot a} = 25 \Omega \quad (3.2)$$

#### 3.3 Esercizio 3

Il campo elettrico all'interno del conduttore si ottiene mediante la legge di Ohm "microscopica":

$$E = \rho j = \rho (nev_d) = 92.5 \text{ mV/m} \quad (3.3)$$

Per applicare la formula per il calcolo della resistenza è necessario conoscere la sezione  $S$  del conduttore. Questa può essere ricavata dalla relazione tra corrente e densità di corrente:

$$j = \frac{i}{S} \rightarrow S = \frac{i}{j} = \frac{i}{nev_d} = 9.2 \cdot 10^7 \text{ m}^2 \quad (3.4)$$

Ora si può risolvere:

$$R = \int_0^L \rho(x) \frac{1}{A} dx = \int_0^d \rho \frac{1}{S} dx = 1.48 \text{ m}\Omega \quad (3.5)$$

L'energia viene dissipata nel rame per effetto Joule. È quindi opportuno partire dalla potenza e integrare rispetto al tempo:

$$E = \int_0^t P(t) dt = \int_0^t Ri^2 dt = Ri^2 t = 11.25 \text{ J} \quad (3.6)$$

#### 3.4 Esercizio 4

Lo schema da seguire è:

$$j \rightarrow i \rightarrow \begin{array}{c} P \\ \uparrow \\ R \end{array} \rightarrow E \quad (3.7)$$

Si deve quindi ricavare innanzitutto la corrente che scorre nel filo. È necessario integrare la densità di corrente su tutta la sezione del conduttore:

$$i = \int_S j(r) dS = \int_0^a kr^2 2\pi r dr = 2\pi k \int_0^a r^3 dr = 2\pi k \left[ \frac{r^4}{4} \right]_0^a = \frac{\pi kr^4}{2} = 39.3 \mu\text{A} \quad (3.8)$$

Ora, per poter calcolare la potenza dissipata, manca solo la resistenza:

$$R = \int_0^L \rho(x) \frac{dx}{A} = \int_0^L \frac{1}{\sigma} \frac{1}{\pi a^2} dx = \frac{L}{\pi \sigma a^2} \quad (3.9)$$

L'energia è l'integrale della potenza nel tempo:

$$E = \int_0^t P(t) dt = \int_0^t Ri^2 dt = Ri^2 t = 58.8 \text{ nJ} \quad (3.10)$$

### 3.5 Esercizio 5

Ricordando Perregrini, si parte dalla prima legge di Ohm:

$$V = Ri \quad (3.11)$$

Si inserisce la densità di corrente -  $S$  denota la sezione del conduttore:

$$V = RjS \quad (3.12)$$

Si esplicita il calcolo della resistenza:

$$V = jS \cdot \int_0^L \rho(x) \frac{dx}{S} \quad (3.13)$$

Si risolve l'integrale:

$$V = jS \cdot \int_0^L (\rho_0 + \alpha x^2) \frac{1}{S} dx = j \cdot \int_0^L (\rho_0 + \alpha x^2) dx = j \left( \rho_0 L - \alpha \frac{L^3}{3} \right) \quad (3.14)$$

Ed infine si ricava  $\alpha$ :

$$V = j\rho_0 L - j\alpha \frac{L^3}{3} \rightarrow -V + j\rho_0 L = j\alpha \frac{L^3}{3} \rightarrow \alpha = 3 \frac{V - j\rho_0 L}{jL^3} = 18 \cdot 10^{-9} \Omega/m \quad (3.15)$$