Tutorato di Fisica 2 - AA 2014/15

Emanuele Fabbiani

28th October 2014

1 Esercizi

1.1 Esercizio 1

Una sfera di materiale dielettrico e raggio $R = 10\ cm$ contiene, distruibuita in modo omogeneo al suo interno, una carica pari a $Q = 8\pi\ nC$. Quanto vale la densità volumica di carica?

1.2 Esercizio 2

Tre cariche puntiformi $q_1 = 9\ nC$, $q_2 = 4\ nC$, $q_3 = 6\ nC$, sono poste nei vertici di un triangolo equilatero di lato $L = \sqrt{3}\ m$. Si calcoli il modulo della forza che agisce sulla carica q_2.

1.3 Esercizio 3

Due sfere cariche identiche, ognuna di massa $m = 30\ g$, sono appese a due fili di lunghezza $l = 15\ cm$. All'equilibrio l'angolo che ogni filo forma con la verticale è $\theta = 5°$. Si detemini la carica q di ciascuna sfera.

1.4 Esercizio 4

Calcolare il campo elettrico e il potenziale nell'origine dovuto alla distribuzione di carica in Figura 1.1. Calcolare inoltre l'energia elettrostatica associata a tale distribuzione.

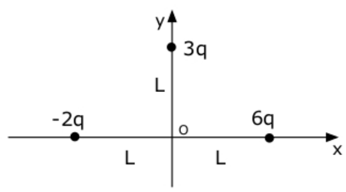

Figure 1.1:

1.5 Esercizio 5

Si consideri la distribuzione di carica (tre quarti di circonferenza, raggio R, densità uniforme di carica λ) presentata in Figura 1.2. Calcolare il campo elettrico e il potenziale generato nel centro O della distribuzione.

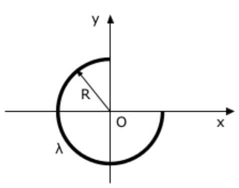

Figure 1.2:

2 Soluzioni

2.1 Esercizio 1

Si applica la definizione:

$$\rho = \frac{Q}{V} = \frac{Q}{\frac{4}{3}\pi R^3} = \frac{8\pi \cdot 10^{-9}}{\frac{4}{3}\pi \cdot (10 \cdot 10^{-2})^3} = 6\ \mu C/m^3 \tag{2.1}$$

2.2 Esercizio 2

Sia q_2 il vertice alto del triangolo. Si applica il principio di sovrapposizione degli effetti: si calcolano separatamente i contributi della due cariche, poi si sommano:

$$F_x = F_{x1} + F_{x3} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\left(\frac{q_2 q_1}{L^2}\sin(30°) - \frac{q_3 q_2}{L^2}\sin(30°)\right) \simeq 18\ nN \tag{2.2}$$

Il segno negativo della seconda componente indica che ha verso opposto alla prima.

$$F_y = F_{y1} + F_{y3} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\left(\frac{q_2 q_1}{L^2}\cos(30°) + \frac{q_1 q_3}{L^2}\cos(30°)\right) \simeq 90\sqrt{3}\ nN \tag{2.3}$$

Il modulo si ottiene mediante il teorema di Pitagora:

$$|F| = \sqrt{F_y^2 + F_x^2} = 157\ nN \tag{2.4}$$

2.3 Esercizio 3

Si scompone la tensione T del filo nelle due componeti cartesiane T_x e T_y. Per la seconda legge di Newton:

$$\begin{cases} T_x - F_{el} = 0 \\ T_y - F_{grav} = 0 \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} T\sin\theta - F_{el} = 0 \\ T\cos\theta - mg = 0 \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} T\sin\theta = F_{el} \\ T\cos\theta = mg \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} T = \frac{F_{el}}{\sin\theta} \\ \frac{F_{el}}{\tan\theta} = mg \end{cases} \tag{2.5}$$

$$F_{el} = mg\tan\theta \tag{2.6}$$

La distanza tra le due cariche è

$$r = 2l\sin\theta \tag{2.7}$$

Utilizzando la formula di Coulomb per la forza elettrostatica:

$$\frac{q \cdot q}{r^2} = mg\tan\theta \tag{2.8}$$

$$q = \sqrt{r^2 \cdot mg\tan\theta} \simeq 44\ nC \tag{2.9}$$

2.4 Esercizio 4

Campo elettrico:

$$\overrightarrow{E}(0) = -\frac{2q}{4\pi\epsilon_0 L^2}\hat{x} - \frac{6q}{4\pi\epsilon_0 L^2}\hat{x} - \frac{3q}{4\pi\epsilon_0 L^2}\hat{y} = -\frac{8q}{4\pi\epsilon_0 L^2}\hat{x} - \frac{3q}{4\pi\epsilon_0 L^2}\hat{y} \tag{2.10}$$

Potenziale:

$$V(0) = \frac{-2q + 3q + 6q}{4\pi\epsilon_0 L} = \frac{7q}{4\pi\epsilon_0 L} \tag{2.11}$$

Energia potenziale elettrica:

$$U_e = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\sum_{i<j}^{n}\frac{q_i q_j}{L_{ij}} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\left(\frac{-2q \cdot 6q}{L \cdot 2} + \frac{-2q \cdot 3q}{L \cdot \sqrt{2}} + \frac{-3q \cdot 6q}{L \cdot \sqrt{2}}\right) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{6q^2}{L}\left(\sqrt{2} - 1\right) \tag{2.12}$$

2.5 Esercizio 5

Si individua innanzitutto l'elemento di carica:

$$dq = \lambda \cdot dl = \lambda R \cdot d\theta \tag{2.13}$$

Ricordando la formula del potenziale di una carica puntiforme, si può ottenere l'elemento di potenziale:

$$dV = \frac{dq}{4\pi\epsilon_0 R} = \frac{\lambda R \cdot d\theta}{4\pi\epsilon_0 R} = \frac{\lambda \cdot d\theta}{4\pi\epsilon_0} \tag{2.14}$$

Ora si integra:

$$V(O) = \int_{\frac{\pi}{2}}^{2\pi} dV = \int_{\frac{\pi}{2}}^{2\pi} \frac{\lambda \cdot d\theta}{4\pi\epsilon_0} = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \int_{\frac{\pi}{2}}^{2\pi} d\theta = \frac{3\lambda}{8\epsilon_0} \tag{2.15}$$

Nel calcolo del campo elettrico, i contributi del secondo e del quarto quadrante si elidono per ragioni di simmetria. Quindi è sufficiente eseguire l'integrale su terzo quadrante:

$$E_x(O) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 R} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \lambda \cos\theta \cdot d\theta = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 R} \tag{2.16}$$

$$E_y(O) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 R} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \lambda \sin\theta \cdot d\theta = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 R} \tag{2.17}$$