Tutorato di Fisica 1 - AA 2014/15

Emanuele Fabbiani

15 febbraio 2015

1 Dinamica del punto materiale

1.1 Esercizio 1

Una massa m è posta sul punto più basso di un piano inclinato di un angolo θ rispetto all'orizzontale. La lunghezza del tratto obliquo è l. Calcolare quale deve essere la velocità iniziale v_i per permettere alla massa di raggiungere la sommità nei seguenti casi:

1. In assenza di attrito
2. Con un coefficiente d'attrito dinamico tra massa e superficie pari a μ.

1.2 Esercizio 2

Un blocco di massa $m = 3\ kg$ è premuto contro una parete verticale da una forza F, inclinata di $\theta = 50°$ rispetto all'orizzontale. Il coefficiente d'attrito statico tra il corpo e la superficie è $\mu = 0.25$. Stabilire per quali valori di F il blocco non si muove.

1.3 Esercizio 3

Due masse, m_1 ed m_2, poggiate su una superficie liscia orizzontale sono connesse da una fune leggera. Una forza F verso destra viene applicata ad m_2. Si trovino l'accelerazione a del sistema e la tensione T della fune.

1.4 Esercizio 4

Un uomo di massa $m = 72\ kg$ sta in piedi su una bilancia a molla all'interno di un ascensore. Partendo da fermo l'ascensore sale, raggiungendo la massima velocità di $1.2\ m/s$ in $0.8\ s$. L'ascensore si muove nei successivi $5\ s$ con velocità costante. Poi accelera uniformemente nella direzione negativa dell'asse y fino ad arrestarsi dopo $1.5\ s$.
Determinare il peso misurato dalla bilancia

1. prima che l'ascensore inizi a salire;
2. durante i primi 0.800 s;
3. durante il moto a velocità costante;
4. durante il tempo di frenata.

1.5 Esercizio 5

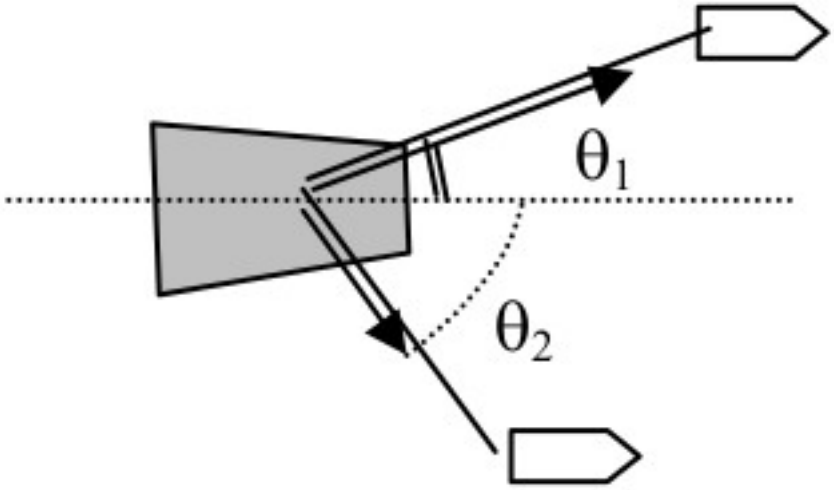
Una massa $m = 3\ kg$ attaccata ad una corda di massa trascurabile descrive una circonferenza su un tavolo orizzontale privo di attrito. Il raggio della circonferenza è $r = 80\ cm$ e la corda può sopportare il peso di una massa di $M = 25\ kg$ prima di spezzarsi. Qual è la massima velocità che il corpo può assumere senza che la corda si rompa?

1.6 Esercizio 6 (TE 17-feb-2010, Ing. IND)

Due rimorchiatori tirano una chiatta di massa $m = 10000\ kg$ lungo un canale applicando le forze $F_1 = 1414\ N$ e $F_2 = 1000\ N$. F_1 è inclinata di un angolo $\theta_1 = 30°$ rispetto alla riva. Calcolare:

1. quale inclinazione deve avere F_2 perché la rotta della chiatta sia parallela alla riva;
2. l'accelerazione della chiatta;
3. lo spazio percorso dalla chiatta, partita da ferma, prima di raggiungere la velocità $v = 5$ nodi.

Supporre l'attrito con l'acqua e la corrente trascurabili; 1 nodo corrisponde a un miglio marino all'ora, un miglio marino a 1852 m.



2 Soluzioni

2.1 Esercizio 1

Si consideri il secondo caso: le forze agenti sulla massa sono unicamente il peso e l'attrito. Secondo la legge di Newton:

$$\sum F = ma \tag{2.1}$$

$$mg\sin\theta + \mu mg\cos\theta = ma \tag{2.2}$$

$$a = g\sin\theta + \mu g\cos\theta \tag{2.3}$$

L'accelerazione ha verso opposto alla velocità iniziale:

$$\begin{cases} x = v_0 t - \frac{1}{2}at^2 \\ v = v_0 - at \end{cases} \tag{2.4}$$

Nell'istante in cui il corpo si ferma si ha $v = 0$:

$$t = \frac{v_0}{a} \tag{2.5}$$

Imponendo che il tratto percorso sia l:

$$l = v_0 t - \frac{1}{2}at^2 \tag{2.6}$$

$$l = \frac{v_0^2}{a} - \frac{1}{2}\frac{v_0^2}{a} \tag{2.7}$$

$$l = \frac{v_0^2}{2a} \tag{2.8}$$

$$v_0 = \sqrt{2al} = \sqrt{2l\left(g\sin\theta + \mu g\cos\theta\right)} \tag{2.9}$$

Per rispondere alla prima richiesta è sufficiente porre $\mu = 0$.

2.2 Esercizio 2

Si scompone F lungo le direzioni dei due assi cartesiani, poi si impone la condizione di equilibrio del punto materiale:

$$\sum F = 0 \tag{2.10}$$

$$\begin{cases} \sum F_x = 0 \\ \sum F_y = 0 \end{cases} \tag{2.11}$$

$$\begin{cases} F\cos\theta - N = 0 \\ F\sin\theta - mg + F_{as} = 0 \end{cases} \tag{2.12}$$

Ora, qual è il verso della forza d'attrito? La risposta è semplice: non si sa! Nel caso$F$ sia debole, il blocco tenderebbe a cadere e la forza di attrito si opporrebbe a tale moto. Di conseguenza sarebbe diretta verso l'alto. Se invece si imprimesse una forza molto intensa, il corpo tenderebbe a scorrere verso l'alto, e subirebbe un attrito di verso opposto. Si devono quindi distinguere i due casi:

$$\begin{cases} F\sin\theta - mg - F_{as} = 0 & \textit{il corpo tende a salire} \\ F\sin\theta - mg + F_{as} = 0 & \textit{il corpo tende a cadere} \end{cases} \tag{2.13}$$

Risolvendo i due sistemi distinti, si troveranno i limiti dell'intervallo entro cui il corpo è in equilibrio. Si utilizza la formula $F_{as} \leq \mu N$.
Per il limite inferiore:

$$\begin{cases} F\cos\theta - N = 0 \\ F\sin\theta - mg + \mu N = 0 \end{cases} \tag{2.14}$$

$$\begin{cases} F\cos\theta = N \\ F\sin\theta - mg + \mu F\cos\theta = 0 \end{cases} \tag{2.15}$$

$$F\left(\sin\theta + \mu\cos\theta\right) = mg \tag{2.16}$$

$$F = \frac{mg}{\left(\sin\theta + \mu\cos\theta\right)} \simeq 31.7\ N \tag{2.17}$$

Per il limite superiore:

$$\begin{cases} F\cos\theta - N = 0 \\ F\sin\theta - mg - \mu N = 0 \end{cases} \tag{2.18}$$

$$\begin{cases} F\cos\theta = N \\ F\sin\theta - mg - \mu F\cos\theta = 0 \end{cases} \tag{2.19}$$

$$F\left(\sin\theta - \mu\cos\theta\right) = mg \tag{2.20}$$

$$F = \frac{mg}{\left(\sin\theta - \mu\cos\theta\right)} \simeq 48.6\ N \tag{2.21}$$

2.3 Esercizio 3

Si scrive una equazione per ogni corpo:

$$\begin{cases} \sum F = m_1 a \\ \sum F = m_2 a \end{cases} \tag{2.22}$$

$$\begin{cases} T = m_1 a \\ F - T = m_2 a \end{cases} \tag{2.23}$$

$$\begin{cases} T = m_1 a \\ F - m_1 a = m_2 a \end{cases} \tag{2.24}$$

$$\begin{cases} T = m_1 \cdot \frac{F}{m_1+m_2} \\ a = \frac{F}{m_1+m_2} \end{cases} \tag{2.25}$$

2.4 Esercizio 4

Si applica il secondo principio della dinamica, avendo l'accortezza di utilizzare un sistema di riferimento inerziale: l'accelerazione dell'uomo, secondo un osservatore solidale con la Terra, è pari a quella dell'ascensore. Si sceglie di considerare positive le forze e le accelerazioni dirette verso l'alto.

$$\sum F = ma \tag{2.26}$$

$$N - mg = ma \tag{2.27}$$

$$N = m\left(g + a\right) \tag{2.28}$$

Quindi:

1. $$a = 0 \longrightarrow N = mg = 72 \cdot 9.8 = 706\ N \tag{2.29}$$

2. $$a = \frac{dv}{dt} = \frac{1.2}{0.8} = 1.5\ m/s^2 \longrightarrow N = m\left(g + a\right) = 72 \cdot (9.8 + 1.5) = 814\ N \tag{2.30}$$

3. $$a = 0 \longrightarrow N = mg = 72 \cdot 9.8 = 706\ N \tag{2.31}$$

4. $$a = \frac{dv}{dt} = \frac{-1.2}{1.5} = 0.8\ m/s^2 \longrightarrow N = m\left(g + a\right) = 72 \cdot (9.8 - 0.8) = 648\ N \tag{2.32}$$

2.5 Esercizio 5

Se la fune è capace di sopportare un corpo di massa M, allora la massima tensione ad essa applicabile è:

$$T = Mg \tag{2.33}$$

Dal momento che la massa m descrive una traiettoria circolare, deve esistere una forza centripeta di valore:

$$F_c = \frac{mv^2}{r} \tag{2.34}$$

Tale forza altro non può essere che la tensione della fune. La soglia di rottura si ottiene quindi attraverso l'uguaglianza:

$$F_c = T \tag{2.35}$$

$$Mg = \frac{mv^2}{r} \tag{2.36}$$

$$v = \sqrt{\frac{Mgr}{m}} = \sqrt{\frac{25 \cdot 9.8 \cdot 0.8}{3}} = 8.08\ m/s^2 \tag{2.37}$$

2.6 Esercizio 6

Si vuole innanzitutto determinare l'angolo θ_2. Per fare in modo che la chiatta proceda parallela alla riva, le componenti verticali di F_1ed F_2 devono essere uguali in modulo e direzione e opposte in verso.

$$F_{1x} = F_{2x} \tag{2.38}$$

$$F_1 \sin\theta_1 = F_2 \sin\theta_2 \tag{2.39}$$

$$\sin\theta_2 = \frac{F_1 \sin\theta_1}{F_2} \tag{2.40}$$

$$\sin\theta_2 = \frac{1414 \cdot 0.5}{1000} \simeq \frac{\sqrt{2}}{2} \tag{2.41}$$

$$\theta_2 = \frac{\pi}{4} \tag{2.42}$$

L'accelerazione della chiatta è determinata unicamente dalla componente orizzontale delle due forze:

$$\sum F = ma \tag{2.43}$$

$$F_1 \cos\theta_1 + F_2 \cos\theta_2 = ma \tag{2.44}$$

$$a = \frac{F_1 \cos\theta_1 + F_2 \cos\theta_2}{m} = \frac{1414 \cdot \cos 30^\circ + 1000 \cos 45^\circ}{10000} = 0.2\ m/s^2 \tag{2.45}$$

Per determinare lo spazio percorso si ricorre alle equazioni del moto uniformemente accelerato, non prima di aver convertito la velocità in m/s:

$$5\ nodi = \frac{5 \cdot 1852\ m}{3600\ s} = 2.57\ m/s \tag{2.46}$$

$$\begin{cases} x = \frac{1}{2}at^2 \\ v = at \end{cases} \tag{2.47}$$

$$x = \frac{v^2}{2a} = \frac{2.57^2}{2 \cdot 0.2} = 16.54\ m \tag{2.48}$$