

# Esercizi Tutorato Analisi 1

Emanuele Fabbiani, Nicola Misericordia, Tomás Pippia

November 16, 2013

## 1 Esercizi sulle rette tangenti

### 1.1 Esercizio facile

Sia  $y = g_1(x)$ ,  $x \in \mathbb{R}$ , l'equazione della retta passante per  $(0, 0)$  e tangente alla curva  $C_1$  di equazione  $y = 7e^{-7x}$ ,  $x \in \mathbb{R}$ .

Sia  $y = g_2(x)$ ,  $x \in \mathbb{R}$ , l'equazione della retta passante per  $(0, 0)$  e tangente alla curva  $C_2$  di equazione  $y = 7e^{2x}$ ,  $x \in \mathbb{R}$ .

Si consideri inoltre la funzione  $h(x) = \max(g_1(x), g_2(x))$ ,  $x \in \mathbb{R}$ , dove,  $\forall x \in \mathbb{R}$ ,  $\max(g_1(x), g_2(x))$  denota il massimo tra i due numeri  $g_1(x)$  e  $g_2(x)$ .

Quanto vale  $e^{-1}(h'_+(0) + h'_-(0))$ ?

### 1.2 Esercizio difficile

Sia  $y = g(x)$  l'equazione della retta tangente alla curva  $C$  di equazione:  $y = 4x^4 + \arctan(4x - 4) + e^{4(x-1)}$ ,  $x \in \mathbb{R}$ , nel punto  $(x_0, y_0) = (1, 5)$  di  $C$ .

Quanto vale  $g(0)$ ?

## 2 Limiti utilizzando gli sviluppi asintotici<sup>1</sup>

1.  $\lim_{x \rightarrow 0} \left[ \frac{\sin(8x^2)}{x \ln(1-x)} + \frac{e^{8x^3} - 1}{x \sin(8x)} + 8 \cos(\pi + \arctan(8x)) \right]$
2.  $\lim_{x \rightarrow 0} \left[ \frac{\ln(1+6x^3)}{x \arctan(6x)} + \frac{1 - \cos(6x^4)}{x^6(e^x - 1)^2} + \frac{6}{\pi} \arctan\left(\frac{6}{x^2}\right) \right]$
3.  $\lim_{x \rightarrow 0} \left[ \frac{e^{6x^4} - 1}{x^3 \ln(1-x)} + 6 \cos\left(3\pi + \frac{1}{\ln|x|}\right) - \frac{6 \sin(6x^2)}{x^2 e^{6x}} \right]$

---

<sup>1</sup>Questi limiti possono essere risolti con le formule dei limiti notevoli; provate ad utilizzare gli sviluppi asintotici e vi renderete conto della corrispondenza tra i due metodi di risoluzione. Per le formule, se non le avete: <http://www.tutoratoanalisi1.altervista.org/data/maclaurin.pdf> (nel sostituire, utilizzate le espressioni più a destra fino al secondo termine - es:  $\cos(x) \approx 1 - \frac{x^2}{2!}$ ,  $x \rightarrow 0$ )