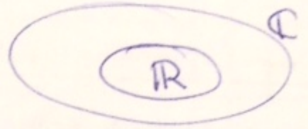
Equazione di grado $m \Rightarrow m$ soluzioni nel piano complesso $\mathbb{C}$

(alcune possono essere reali e sono comunque rappresentabili nel piano complesso, sull'asse reale)

(Ricordati che



)

TEORIA: le radici m-esime di un numero complesso z sono i vertici di un poligono regolare di m lati inscritto nella circonferenza di raggio r e centro O. Ogni radice è ottenuta da quella precedente incrementando l'angolo precedente di $\frac{2\pi}{m}$

$r = \sqrt[m]{|z|}$

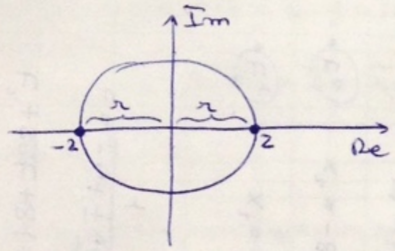
QUINDI:
- il poligono è regolare $\Rightarrow$ ci saranno sicuramente delle simmetrie $\Rightarrow$ $\Rightarrow$ si può evitare la "formulazza"
- prima di tutto ci si calcola $r = \sqrt[m]{|z|}$
- si divide l'angolo giro per $m \Rightarrow$ ottengo l'angolo che ogni volta dovrò sommare a quello precedente per ottenere la soluzione successiva

---

Esempio: $z^3 = 8$

$m = 3$ $r = \sqrt[3]{8} = 2 \Rightarrow$ la circonferenza in cui inscrivere il poligono avrà raggio 2

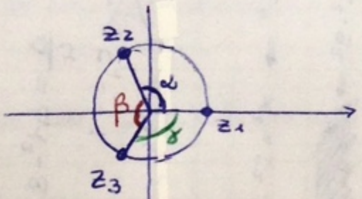
Divido per m l'angolo giro: $\frac{2\pi}{3}$



8 è un numero reale $\Rightarrow$ sarà posizionato sull'asse reale del piano $\mathbb{C} \Rightarrow$ l'angolo da cui partire è 0 cioè orizzontale

In corrispondenza dell'angolo 0 ho già scritto una soluzione: $\boxed{z_1 = 2}$

Ora procedo a individuare le altre nel piano $\mathbb{C}$



Gli angoli α, β, γ, che sono tra una soluzione e quella successiva, sono tutti uguali a $\frac{2\pi}{3}$

Posso quindi facilmente calcolare la posizione di z_2 e z_3:

- z_2 è in corrispondenza di $\underbrace{0}_{\text{angolo di } z_1} + \frac{2\pi}{3} = \frac{2\pi}{3} \Rightarrow z_2 = r\left[\cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) + i\sin\left(\frac{2\pi}{3}\right)\right] = 2\cdot\left(-\frac{1}{2}\right) + 2\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}i \Rightarrow$
$\Rightarrow \boxed{z_2 = -1 + \sqrt{3}\,i}$

- z_3 $\xrightarrow{1^\circ\text{ strada}}$ è in corrispondenza di $\frac{2\pi}{3} + \frac{2\pi}{3} = \frac{4\pi}{3} \Rightarrow z_3 = r\left[\cos\left(\frac{4\pi}{3}\right) + i\sin\left(\frac{4\pi}{3}\right)\right] = 2\left(-\frac{1}{2}\right) + 2\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)i \Rightarrow$
$\Rightarrow \boxed{z_3 = -1 - \sqrt{3}\,i}$ uguali: OK!

2° strada: vedo che è simmetrico di z_2 rispetto all'asse orizzontale $\Rightarrow \boxed{z_3 = -1 - \sqrt{3}\,i}$
cambio il segno di $\mathrm{Im}(z_2)$